



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Kvantové etalony v metrologii elektrických veličin

Učební texty k semináři

Autoři:

Mgr. Martin Šíra, Ph.D. (Český Metrologický Institut)

Datum:

červen 2012

Centrum pro rozvoj výzkumu pokročilých řídicích a senzorických technologií
CZ.1.07/2.3.00/09.0031

TENTO STUDIJNÍ MATERIÁL JE SPOLUFINANCOVÁN EVROPSKÝM SOCIÁLNÍM
FONDEM A STÁTNÍM ROZPOČTEM ČESKÉ REPUBLIKY

1	Kvantové etalony	3
2	Napětí	4
2.1	Jednotka a její historie	4
2.2	Josephsonův jev	4
2.3	Stejnoseměrný kvantový etalon napětí	6
2.4	Střídavé kvantové etalony napětí	7
3	Odpor	8
3.1	Jednotka a její historie	8
3.2	Kvantový Hallův jev	8
3.3	Kvantový etalon odporu	9
3.4	Přenos hodnoty kvantového etalonu odporu na sekundární etalony	10
4	Proud	12
5	Metrologický trojúhelník	13
6	Watové váhy	14

Kvantové etalony

Etalon je ztělesněná míra, měřicí přístroj, měřidlo, referenční materiál nebo měřicí systém, které jsou určeny k definování, realizování, uchovávání či reprodukování jednotky nebo jedné či více hodnot veličiny k použití pro referenční účely. Etalon nemusí být realizací jednotky.

V metrologii se etalony mimo jiné dělí na dvě skupiny: *artefakty* jsou etalony, jejichž hodnota je nastavena při výrobě. *Intrinzičné* etalony mají hodnotu určenou konkrétním fyzikálním jevem, chemickými vlastnostmi či fyzikálními konstantami.

Kvantové etalony jsou obvykle intrinzičné, což ukazuje na jejich vypočitatelnost. Hodnotu daného etalonu lze vypočítat na základě znalosti fyzikálního jevu. Kvantová povaha etalonů zase umožňuje velmi nízké nejistoty realizované jednotky.

Hlavní kvantové etalony v elektrických veličinách jsou:

1. Josephsonův napěťový systém (Josephson Voltage System, JVS), který realizuje jednotku napětí Volt (V),
2. Kvantový Hallův Etalon Odporu (Quantum Hall Resistance Standard, QHRS), který realizuje jednotku odporu Ohm (Ω),
3. Kvantový etalon proudu, který realizuje jednotku proudu Ampér (A).

2.1 Jednotka a její historie

Téměř každé dnešní měření je takové, že měřená fyzikální nebo chemická veličina je převedena vhodným jevem na napětí. To je pak převedeno do digitální informace pomocí AD převodníků. Z toho důvodu je měření napětí s malou nejistotou klíčové pro celou metrologii.

Jednotka napětí Volt byla mezinárodně ustanovena r. 1880 a definována jako „rozdíl potenciálů na vodiči, který disipoval jeden watt“. Roku 1893 byl definován mezinárodní volt jako $1/1.434$ část napětí Clarkovy chemické baterie. Roku 1908 byla definice změněna a založena na mezinárodním ohmu a ampéru jako tzv. „reprodukovatelná jednotka“. Roku 1948 byl systém reprodukovatelných jednotek opuštěn ve prospěch „absolutních“ jednotek a volt byl definován tak, jak jej známe dnes.

Jako etalony byly dlouho používány Westonovy chemické baterie, až do objevu Josephsonova jevu. Později byly Westonovy baterie nahrazeny Zenerovými referencemi i v úloze sekundárních etalonů.

2.2 Josephsonův jev

Dnešní kvantový etalon napětí je založen na Josephsonově jevu. Samotný etalon se skládá z velkého počtu přístrojů a částí. Je to zdroj napětí obvykle od -10 V do 10 V s velmi nízkou nejistotou.

Josephsonův jev byl poprvé pozorován I. Giaeverem roku 1960, ale špatně interpretován jako „kovový zkrat“. B. D. Josephson předpověděl jev a popsal ho kvantově-mechanickou rovnicí roku 1962. Předpověď byla experimentálně ověřena pracovní skupinou Dr. Shapiro roku 1963. Josephson, Giaever a Esaki získali za své objevy Nobelovu cenu roku 1973.

Josephsonův jev je kvantové povahy, a nastává na tzv. Josephsonově přechodu. Přechod je struktura tvořená dvěma vrstvami supravodičů oddělených tenkou dielektrickou bariérou (izolátorem) o tloušťce několika nanometrů. Z klasické kvantové mechaniky lze odvodit tunelování elektronů skrz bariéru. V supravodičích se ale tvoří tzv. Cooperovy páry, což jsou dva elektrony svá-

zané elektroslabými interakcemi. Josephsonův jev spočívá právě v tunelování těchto Cooperových párů.

Josephsonův jev se vyskytuje ve třech variantách:

1. Stejnoseměrný Josephsonův jev – stejnoseměrný proud prochází přes Josephsonův přechod bez vytvoření napětí na bariéře.
2. Střídavý Josephsonův jev – přivedením stejnoseměrného napětí na Josephsonův přechod se vytvoří proudové oscilace. Josephsonův přechod pracuje jako dokonalý převodník napětí na frekvenci.
3. Inverzní střídavý Josephsonův jev – přivedením střídavého proudu (externím elektromagnetickým polem) na Josephsonův přechod se vytvoří stejnoseměrné napětí na bariéře (mezi jednotlivými supravodiči). Přechod pracuje jako dokonalý převodník frekvence na napětí. Tato varianta jevu se používá v kvantových etalonech napětí. Etalony tedy slouží jako převodníky jednotky času (frekvence) na jednotku napětí.

Josephson odvodil následující rovnici pro inverzní střídavý Josephsonův jev:

$$V = n \cdot f \cdot \frac{h}{2 \cdot e}, \quad (2.1)$$

kde V je napětí vytvořené na Joseph. přechodu, n je kvantový stav, tj. celé číslo nabývající hodnot $n = \pm 1, 2, 3, \dots$, f je frekvence externího elmag. pole, h je Planckova konstanta $h = 6.62606896(33) \times 10^{-34}$ Js, e je Elementární náboj $e = 1.602176487(40) \times 10^{-19}$ C.

Ze vztahu je vidět, že napětí na Josephsonově přechodu nezávisí na amplitudě střídavého proudu protékajícím přechodem, pouze na jeho frekvenci.

Původně Josephsonův jev sloužil k určení hodnoty $\frac{h}{2e}$, přičemž Westonovy baterie sloužily jako etalony napětí. Nejistota těchto experimentů byla velká. Posléze byla roku 1970 mnoha metrologickými ústavy přijata hodnota Josephsonovy konstanty $K_J = \frac{2e}{h}$ a Josephsonův jev byl přijat jako etalon napětí. Z počátku každý institut používal vlastní hodnotu Josephsonovy konstanty, sjednocení nastalo roku 1990. Mezinárodní hodnota

$$K_{J-90} = 483597,9 \text{ GHzV}^{-1}$$

byla přijata celosvětově jako vážený průměr měření K_{J-90} provedených do roku 1990. Relativní nejistota K_{J-90} je 0,4 ppm.

Jelikož nejistota je mnohem větší než typické měření na JVS (nejistota porovnání dvou JVS etalonů je obvykle na úrovni 0,001 ppm), není nejistota konstanty brána v úvahu. Tento problém bude vyřešen přijetím nové soustavy SI založené na základních fyzikálních konstantách, a nejistota K_{J-90} bude nula.

2.3 Stejnoseměrný kvantový etalon napětí

Josephsonův kvantový etalon stejnosměrného napětí se skládá z:

- čipu s Josephsonovými přechody
- chlazení k dosažení teploty 4 K
- zdroje mikrovln
- referenčního etalonu času
- řídicího zdroje
- analogového osciloskopu

Pro generování střídavého elektromagnetického pole nutného ke vzniku inverzního střídavého Josephsonova jevu jsou používány mikrovlny, obvykle o frekvenci $f = 75$ GHz. Tyto mikrovlny jsou vyzařovány Gunnovou diodou a jejich frekvence je synchronizována s etalonem času. Mikrovlny jsou soustavou vlnovodů přivedeny k Josephsonovým přechodům. Ve výsledku dostaneme napětí na jednom Josephsonově přechodu v závislosti na kvantovém stavu n :

$$\begin{array}{ll} n = -4 & V = -620.350 \text{ } \mu\text{V} \\ \vdots & \\ n = -1 & V = -155.088 \text{ } \mu\text{V} \\ n = 0 & V = 0 \text{ } \mu\text{V} \\ n = +1 & V = +155.088 \text{ } \mu\text{V} \\ \vdots & \\ n = +4 & V = +620.350 \text{ } \mu\text{V} \end{array}$$

Kvantový stav Josephsonových přechodů v závislosti na kvalitě výroby obvykle nepřesáhne hodnotu $n = \pm 4$. Pro vyšší hodnoty n je jev nestabilní. Voltampérová charakteristika ukazuje pro daný kvantový stav křivku ideálního zdroje stejnosměrného napětí v rozsahu proudu několika stovek mikroampérů. Při vyšších hodnotách proudu je jev opět nestabilní. Pro přechody s vysokou kapacitou (určeno při výrobě) voltampérová charakteristika prochází bodem nulového proudu. Tyto přechody jsou použity ve všech kvantových etalonech stejnosměrného napětí.

K získání větších napětí jsou přechody zapojeny do série. Aby etalon fungoval, na všech přechodech musí být přibližně stejný výkonový úbytek mikrovln. Dnes se vyrábí Josephsonovy čipy s až dvaceti tisíci přechody a integrovaným rozvodem mikrovln. Takový čip je schopen generovat až jedenáct voltů

po kroku $155 \mu\text{V}$ při stejnosměrném proudu kolem sta mikroampér. Jen několik laboratoří dokáže vyrobit takový čip: ve Spojených státech amerických, v Německu a Japonsku. Výtěžnost výroby je malá, tedy cena čipu je velká. Kvantový stav čipu lze vnutit připojením externího zdroje napětí a proudu. Kvantové stavy se přizpůsobí a po odpojení externího zdroje jsou kvantové stavy stabilní po dostatečně dlouhou dobu. Hodnotu kvantového stavu lze změřit voltmetrem s dostatečným rozlišením. Vzhledem ke kvantové povaze může nastat pouze celočíselný kvantový stav, takže změřením kvantového stavu voltmetrem zároveň získáme korekci voltmetru.

K dosažení nízké teploty potřebné pro vznik supravodivého jevu v čípech (pod pět kelvinů) se obvykle používá kapalné helium. V poslední době se také používá chlazení za pomoci kryovývěv na základě adiabatického chlazení nebo pulsně-akustického jevu.

2.4 Střídavé kvantové etalony napětí

Doposavad byl popisován pouze stejnosměrný kvantový etalon. Ve vývoji jsou i dva druhy střídavých kvantových etalonů napětí:

- programovatelný JVS
- pulsní JVS

Programovatelný JVS je založený na rozdělení sériově zapojených přechodů do celků, u kterých lze samostatně určovat kvantový stav. Postupným zvyšováním kvantového stavu u jednotlivých celků lze modulovat výstupní napětí. Aby změny kvantových stavů byly co nejrychlejší, jsou používány Josephsonovy přechody s malou kapacitou. Bohužel změna kvantového stavu je nedeterministický jev, a tedy výsledný etalon již není intrinzický. Přesto jeho nejistoty jsou velmi malé, a již je používán v některých metrologických institutech. Etalon generuje střídavé napětí do amplitudy deseti voltů a frekvence nejvýše jednoho kilohertzu.

Pulsní JVS je založen na vysílání pulsů elektromagnetického záření do Josephsonova přechodu, na kterém se vygeneruje napěťový puls. Jev je opět kvantovaný a vypočitatelný, bohužel nejvyšší dosažená amplituda napětí je $0,3 \text{ V}$. Výstupní frekvence je od desítek kilohertzů po několik megahertzů. Lze generovat prakticky libovolné frekvenční spektrum.

3.1 Jednotka a její historie

Elektrický odpor byl objeven Georgem Ohmem v roce 1827. První primární etalony odporu byly tvořené válcem rtuti. Z rozměrů válce bylo možné vypočítat hodnotu odporu etalonu. Jako sekundární etalony sloužily a slouží vhodně navinuté odporové dráty, optimalizované pro vysokou časovou stabilitu.

Revoluce nastala roku 1980, kdy Klaus von Klitzing objevil kvantový Hallův jev.

Primární etalon odporu založený na kvantovém Hallově jevu závisí pouze na hodnotě von Klitzingovy konstanty, která je kombinací konstant e a h . Podobně jako v metrologii napětí nejprve každá laboratoř používala jinou hodnotu von Klitzingovy konstanty.

Roku 1988 doporučila Mezinárodní komise měř a vah hodnotu von Klitzingovy konstanty, kterou nyní používají všechny metrologické laboratoře.

Po mezinárodní dohodě roku 1990 je hodnota ohmu vztažena ke kvantovému Hallově jevu. Klaus von Klitzing obdržel Nobelovu cenu v r. 1985.

3.2 Kvantový Hallův jev

Klasický Hallův jev je asymetrické rozdělení proudové hustoty za přítomnosti magnetického pole B . Jev je způsobený Lorentzovou silou působící na elektrony procházející vodičem v magnetickém poli.

Vložíme-li vodivou destičku tloušťky d , kterou protéká řídicí elektrický proud I , do magnetického pole s magnetickou indukcí B , kolmou na směr proudu, pak ve třetím směru, kolmém na směr proudu a zároveň na směr magnetického pole změříme potenciálový rozdíl V_H . Následkem Hallova jevu vzniká Hallovo napětí:

$$V_H = R_H \frac{IB_y}{d} \quad (3.1)$$

Hallova konstanta je dána výrazem:

$$R_H = \frac{1}{ne}, \quad (3.2)$$

kde n je nábojová hustota.

Kvantový Hallův jev je kvantování Hallova napětí a odporu. Kvantový Hallův jev je pozorován pouze ve dvou rozměrných heterostrukturách, tzv. Hall bar. Tyto struktury jsou tvořeny tenkou obdélníkovou vrstvou materiálu naneseného na nosný substrát. V mřížce se za vhodných podmínek vytvoří dvourozměrný elektronový plyn (2DEG). Za přítomnosti vysokého magnetického pole (obvykle několik Tesla) lze pozorovat jev podobný klasickému Hallově jevu. Jeho kvantová varianta je ovšem založena na jiných mnohem složitějších fyzikálních principech. Teorie popisující kvantový Hallův jev stále není úplně dokončená.

Požadovaná podmínka vzniku 2DEG je velmi nízká teplota kolem 1,5 K, dosahovaná rozpouštěním izotopů helia 3 v heliu 4.

Při postupném zvyšování intenzity magnetického pole lze pozorovat oblasti s nulovým podélným odporem heterostruktury. V těchto oblastech je příčný odpor definován celočíselným kvantovým stavem, a odpor je vypočitatelný dle vztahu:

$$R_H = \frac{R_K}{i}, \quad (3.3)$$

kde i je kvantové číslo nabývajících hodnot:

- celé číslo: 1, 2, 3 ...
- nebo zlomek: 1/3, 2/5, 3/7, 2/3, 3/5 ...

Pro metrologii jsou vhodné pouze celočíselné kvantové stavy.

R_K je von Klitzingova konstanta, která je dána pouze základními konstantami:

$$R_K = \frac{h}{e^2} \quad (3.4)$$

3.3 Kvantový etalon odporu

Ze vztahu von Klitzingovy konstanty je vidět, že kvantový etalon odporu není závislý na jiných veličinách SI, narozdíl od kvantového etalonu napětí nebo kvantového etalonu proudu. To mu zajišťuje unikátní postavení v metrologii. Zařízení se skládá z heterostruktury umístěné v chladicí aparatuře a supravodivé cívky generující magnetické pole až do deseti tesla. Po vychlazení zařízení na teplotu 1,5 K se postupně zvyšuje magnetické pole, dokud heterostruktura nemá nulový podélný odpor. V tu chvíli je kvantový stav určen celým číslem a podélný odpor je snadno vypočitatelný.

Nejčastější materiál používaný pro heterostruktury je $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$. Maximální možný proud procházející heterostrukturou je kolem 100 μA . Při vyšších proudech dojde ke ztrátě supravodivého jevu v 2DEG.

V posledních letech byl pozorován kvantový Hallův jev i v grafénu. Významné je především jiný charakter kvantového jevu, což umožní ověřit fyzikální teorii popisující kvantový Hallův jev. Druhá významná skutečnost je pozorování kvantového jevu dokonce i při pokojových teplotách (ale za extrémního magnetického pole nad 30 T). To může mít za následek snížení technologické náročnosti kvantových etalonů odporu, především drahé chladicí aparatury. Hodnota von Klitzingovy konstanty je (dle dohody z roku 1990):

$$R_{K-90} = 25812,807 \Omega$$

Pro metrologii jsou vhodné stavy kdy podélný odpor heterostruktury je nula, a z praktických důvodů jsou nejhodnější stavy, kdy $i = 2$ or $i = 4$. Důsledkem je hodnota příčného odporu (a tedy hodnota kvantového etalonu odporu) $12\,906,4035 \Omega$ nebo $6\,453,20175 \Omega$. Reprodukovatelnost této hodnoty (tj. výsledek porovnání dvou kvantových etalonů odporu) je kolem 10^{-10} .

Využití kvantového etalonu odporu pro střídavé proudy je limitováno dielektrickými ztrátami v substrátu heterostruktury. V německém metrologickém institutu PTB se podařilo překonat tyto ztráty speciálním stíněním.

Vyšší a nižší hodnoty kvantového etalonu odporu lze dosáhnout sériovým nebo paralelním zapojením heterostruktur, které tak vytváří tzv. QHARS (Quantum Hall Arrays). Tyto struktury jsou stále ve vývoji.

3.4 Přenos hodnoty kvantového etalonu odporu na sekundární etalony

Důležitou součástí kvantového etalonu odporu je proudový komparátor (Cryogenic Current Comparator, CCC) Slouží k porovnání dvou etalonů odporu, nebo přenosu odporu kvantového etalonu odporu na sekundární etalon odporu (artefakt).

CCC je most tvořený cívkami obalené supravodivým stíněním. Ve stínění nastává Meissnerův jev. Tento jev, vyskytující se v supravodičích za přítomnosti magnetického pole, zajišťuje nulové vyzařování magnetického pole cívek do okolí, a tedy vysokou přesnost celého mostu.

Počet závitů je neměnitelný, zvolený dle hodnoty kvantového etalonu odporu a desítkové řady sekundárních etalonů odporu.

Cívkami tečou proudy opačných polarit. Principem měření je vyrovnání proudu oběma cívkami tak, aby výsledný proud (součet proudů oběma cívkami) byl nulový. Nulový proud znamená nulové magnetické pole uvnitř supravodivého stínění. Magnetické pole je detekováno velmi citlivým zařízením SQUID (Superconducting Quantum Interference Device). SQUID je tvořen smyčkou s dvěma Josephsonovými přechody.

Porovnání odporů nad $10\text{ k}\Omega$ je limitováno teplotním šumem. Spodní rozsah CCC je cca. $1\ \Omega$.

Proud je v dnešní metrologické praxi odvozován pomocí Ohmova zákona, za součinnosti kvantového etalonu napětí a kvantového etalonu odporu. Což je paradoxní, protože Ampér je jedna ze sedmi základních jednotek soustavy SI, a Volt a Ohm jsou sekundární jednotky.

Kvantové etalony proudu jsou stále ve vývoji. Jsou založeny na řízeném transportu jednotlivých elektronů.

Doslova se jedná o počítání elektronů řízeně procházejících skrz bariéru tunelováním. Proud je pak vypočten jako

$$I = nef, \quad (4.1)$$

kde n je kvantové číslo, udávající kolik elektronů najednou prošlo bariérou v jednom cyklu a f je frekvence tunelování elektronů skrz bariéru. Pro představu, pokud $f = 5$ MHz, dostaneme hodnotu $I = 0,8$ pA. K získání vyšších hodnot proudu je tedy třeba rychlé řízení děje, což je komplikované.

Elektrony se počítají v tzv. SET (Single Electron Tunneling) tranzistorech. Jedná se dvě dielektrické bariéry za sebou.

Mezi bariérami vzniká tzv. energetická jáma, zkonstruovaná tak, aby pro danou teplotu a materiál pojala právě jeden elektron. Řízením napětí přiloženého na bariéry můžeme ovlivňovat energii, kterou elektron potřebuje k protunelování bariéry. Postupným snížením napětí na první bariéře, opětovným zvýšením, poté snížením napětí na druhé bariéře můžeme přinutit právě jeden elektron projít skrz celý tranzistor.

Aby jev fungoval, musí být tepelná energie elektronů $k_B T$ mnohem menší než energie nutná k protunelování bariér v uzavřeném stavu. Výsledkem je požadavek na teplotu SET kolem 20 mK.

Jelikož je tunelování jev kvantové (statistické) povahy, stává se že skrz bariéru projde i více nebo žádný z elektronů. Tato chyba se kompenzuje sériovým zapojením několika SET.

Zvýšení hodnoty proudu lze dosáhnout zkonstruováním energetické jámy tak, aby pojala dva nebo více elektronů najednou.

Metrologický trojúhelník

Tzv. metrologický trojúhelník je realizace Ohmova zákona pomocí kvantových etalonů. Pokud je využit Josephsonův jev, kvantový Hallův jev a počítání elektronů, získáme z Ohmova zákona:

$$R_K K_J Q_x = \frac{h}{e^2} \cdot \frac{2e}{h} \cdot e = 2 \quad (5.1)$$

Při správném provedení kvantového trojúhelníku tak bude ověřeno:

- správnost fyzikálních teorií,
- správnost provedení kvantových etalonů,
- správnost poměru Planckovy konstanty a náboje elektronu.

Snaha je splnit relaci s relativní nejistotou alespoň 10^{-8} .

Momentálně jsou prováděny dva způsoby uzavření metrologického trojúhelníku.

První je vyvíjen například ve francouzském metrologickém institutu (LNE). Spočívá v zapojení programovatelného JVS, SET, CCC a artefaktu odporu do jediného obvodu. Etalon odporu je kalibrován před a po vůči kvantovému etalonu odporu.

Druhý způsob uzavření metrologického trojúhelníku byl již dokonán v metrologickém institutu spojených států (NIST) a německém metrologickém institutu (PTB). Spočívá v nabíjení kondenzátoru SET. Napětí na kondenzátoru je měřeno JVS. Hodnota kondenzátoru je určena pomocí kvadraturního mostu vůči kvantovému etalonu odporu nebo porovnáním s vypočitatelným etalonem kapacity typu Thompson-Lampard.

Metoda je velmi obtížná. NIST realizoval metodu 1 r. 2007 s relativní nejistotou $9,2 \times 10^{-7}$. PTB realizovalo metodu 2 r. 2011 s relativní nejistotou 3×10^{-6} .

Watové váhy

Experiment watových vah reprezentuje odvození jednotky hmotnosti kilogramu z elektrických veličin. Watové váhy jsou tvořeny rovnoramennými váhami, přičemž na jednom rameni je upevněn měřený artefakt hmotnosti, a k druhému rameni je připevněna cívka. V laboratoři je umístěna druhá cívka, která do sebe vtahuje cívku z Watových vah. Princip je dán změřením elektrického výkonu nutného k vyvážení rovnoramenných vah. Odpor cívky je porovnán vůči kvantovému etalonu odporu, napětí zdroje napájecího cívku je určeno kvantovým etalonem napětí. Indukčnosti cívek lze z rovnic vyškrtnout pomocí statického a dynamického měření.

Tato metoda již byla v několika předchozích letech provedena v několika metrologických institutech. Výsledky ukazují, že je třeba ještě snížit nejistoty měření, aby bylo možné odvodit kilogram s nejistotou, jakou požaduje současná úroveň primární metrologie hmotnosti.

Centrum pro rozvoj výzkumu pokročilých řídicích a senzorických technologií
CZ.1.07/2.3.00/09.0031

Ústav automatizace a měřicí techniky
VUT v Brně
Kolejní 2906/4
612 00 Brno
Česká Republika

<http://www.crr.vutbr.cz>
info@crr.vutbr.cz